



**Aufgabe 7: Coulomb Explosion***(2 Punkte)*

Ein näherungsweise kugelförmiger metalischer Cluster mit Radius  $R$  ist ionisiert, so dass zwei Elementarladungen  $2e$  fehlen.

- (a) Welche Ladungsverteilung minimiert die Coulomb Energie, und wie groß ist diese?
- (b) Für welche Anzahl von Atomen  $N = R^2/r^2$ , wobei  $r \approx 2\text{\AA}$ , wird der Cluster instabil, wenn die Bindungsenergie eines Atoms auf der Clusteroberfläche  $\epsilon = 1\text{eV}$  beträgt?

**Aufgabe 8:** Die erzeugende Funktion

(2 Punkte)

Die erzeugende Funktion der Legendre-Polynome ist für  $|t| < 1$  gegeben durch

$$\Xi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2xt + t^2}} = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(x)t^l. \quad (1)$$

(a) Generieren Sie mittels  $\Xi$  das Legendre-Polynom  $l$ -ter Ordnung.

(b) Zeigen Sie, dass aus dem Konvergenzradius der erzeugenden Funktion folgt:

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r_>} \sum_{l=0}^{\infty} \left( \frac{r_<}{r_>} \right)^l P_l(\cos(\vartheta)) \quad (2)$$

wobei  $r_> = \max(|\vec{r}|, |\vec{r}'|)$  und  $r_< = \min(|\vec{r}|, |\vec{r}'|)$

**Aufgabe 9:** Das Magnetfeld eines langen Leiters

(2 Punkte)

Zwei lange, dünne parallele Leiter durchstossen senkrecht die  $xy$  Ebene bei  $x = \pm a$ .

- (a) Berechnen und skizzieren Sie das sich ergebene Magnetfeld, wenn durch beide Leiter der Strom  $I$  fliesst.
- (b) Ermitteln und skizzieren Sie das Magnetfeld, wenn der Strom in den zwei Leitern entgegengesetzt gerichtet ist.
- (c) Welches Magnetfeld ergibt sich für beide obigen Fälle für sehr grosse Abstände (gross im Vergleich zu  $a$ )?

**Aufgabe 10: Oberflächenwellen****(4 Punkte)**

Die  $x - y$ -Ebene sei die Grenzfläche zwischen einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon$  im Halbraum  $z < 0$  und dem Vakuum in  $z > 0$ . Betrachten Sie folgende Oberflächenwelle.

$$\vec{B} = B_0 e^{i(qx - \omega t)} \left( \Theta(z) e^{-kz} + \Theta(-z) e^{k_2 z} \right) \hat{e}_y \quad (3)$$

Dabei bezeichnet  $\Theta(x)$  die Heavisidesche Sprungfunktion:  $\Theta(x) = 1$  für  $x > 0$  und  $0$  für  $x < 0$ .

(a) Wie lautet das zugehörige  $\vec{E}$ -Feld? Benutzen Sie als Ansatz:

$$\vec{E} = e^{i(qx - \omega t)} \left( \Theta(z) \vec{E}_0 e^{-kz} + \Theta(-z) \vec{E}'_0 e^{k_2 z} \right) \quad (4)$$

(b) Leiten Sie aus der Stetigkeit dieses E-Feldes einen Zusammenhang zwischen  $k$  und  $k_2$  her.

(c) Für welche  $\varepsilon$  sind solchen Wellen Lösungen der Maxwellgleichungen?

**Aufgabe 11:** Retardiertes Potential einer geradlinig bewegten Punktladung (3 Punkte)

Eine Punktladung  $q$  bewege sich auf der Trajektorie  $R(t)$ . Das Potential dieser Ladung ist gegeben durch (siehe Vorlesung):

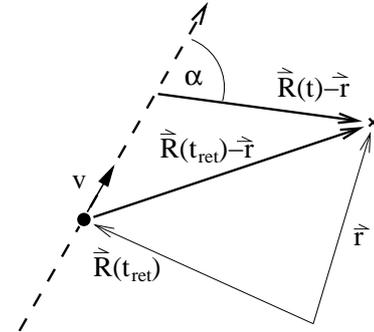
$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{|\vec{r} - \vec{R}(t_{\text{ret}})|} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}(t_{\text{ret}})}{c}} \quad \text{mit} \quad \vec{n} = \frac{\vec{r} - \vec{R}(t_{\text{ret}})}{|\vec{r} - \vec{R}(t_{\text{ret}})|} \quad (5)$$

- (a) Für eine mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}(t) = \vec{v}_0$  gleichförmig bewegte Punktladung berechne man aus der Retardierungsbedingung

$$|\vec{r} - \vec{R}(t_{\text{ret}})| = c(t - t_{\text{ret}}) \quad (6)$$

die retardierte Zeit  $t_{\text{ret}}$ .

$$\left( \text{Ergibt: } t - t_{\text{ret}} = \frac{|\vec{r} - \vec{R}(t)|}{c^2 - v_0^2} [v_0 \cos \alpha + \sqrt{c^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha}] \right)$$



- (b) Eliminieren Sie mit dem gefundenen Ausdruck die retardierte Zeit aus Gleichung (5).
- (c) Für welchen Raumbereich hat das Potential physikalische Lösungen, falls  $v_0 > c$ ? Wie ist dieser Fall zu interpretieren?

**Aufgabe 12: Helmholtz Spulen**

(4 Punkte)

Durch zwei parallel angeordnete Metalldrahttringe mit Radius  $R$  fließt jeweils der Strom  $I$ .

- (a) Berechnen Sie das Magnetfeld eines einzelnen Ringes auf der  $z$ -Achse.
- (b) Geben Sie das magnetische Feld in Gegenwart beider Ringe an.
- (c) Für welchen Abstand der Spulen ergibt sich ein möglichst homogenes Magnetfeld zwischen den Spulen, d.h. für welchen Abstand  $a$  der Spulen verschwinden möglichst viele Ableitungen des Feldes bei  $z = 0$ ?

